空間経済ゼミ

（第Ⅱ編）
第6章：多数地域および連続空間
第7章：農業品の輸送費用

（第Ⅲ編）
第8章：都市システムの空間モデル

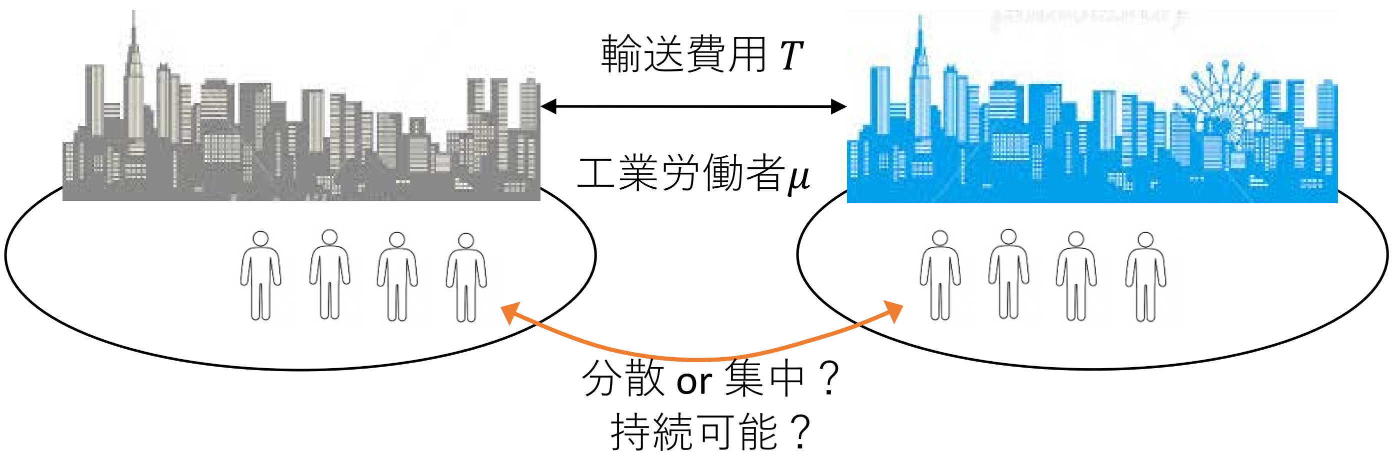
福田研究室　修士1年
城間 洋也

はじめに

➢ 核―周辺モデル（復習）

個別企業レベルでの収穫逓増，輸送費用，及び要素移動の相互作用がどのように空間的経済構造を生み出し，変化させるのかをモデル化

地域1		地域2
λ	工業労働供給シェア	$1-\lambda$
ω_1	実質賃金	ω_2



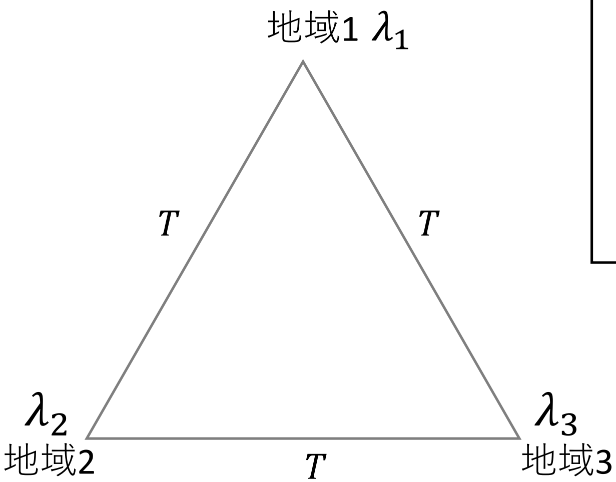
➢ モデルの仮定・理想化

- 2地域のみ存在
- 農業品の輸送費用は0

→ 第6章，第7章で拡張

多地域及び連続空間

- 3地域のケース



即時均衡条件：

- 所得方程式：$Y_r = \mu\lambda_r w_r + (1-\mu)\phi_r$
- 価格指数方程式：$G_r = [\sum_s \lambda_s (w_s\ T_{sr})^{1-\sigma}]^{1/(1-\sigma)}$
- 賃金方程式：$w_r = [\sum_s Y_s T_{rs}^{1-\sigma} G_s^{\sigma-1}]^{1/\sigma}$
- 実質賃金方程式：$\omega_r = w_r G_r^{-\mu}$

4R個

動学的過程： $\dot{\lambda}_r = \gamma(\omega_r - \bar{\omega})\lambda_r \quad \left(\bar{\omega} = \sum_r \lambda_r \omega_r\right)$

→ 実質賃金の分布に応じた労働力の流出入が起こる

$(\mu = 0.4, \sigma = 5)$

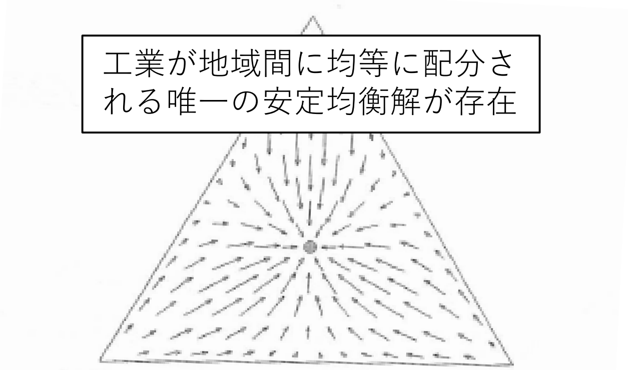


図 6.1　3 地域間での動学過程：T=2.5 のケース

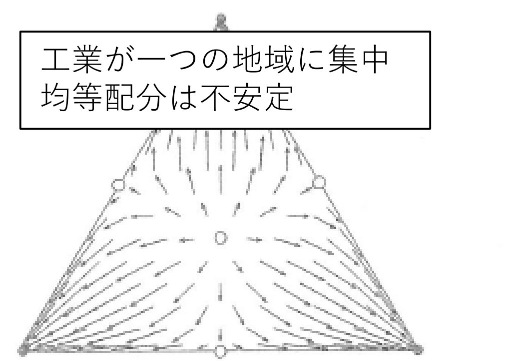


図 6.2　3 地域間での動学過程：T=1.5 のケース

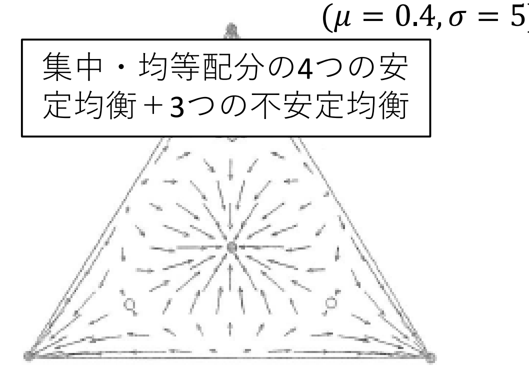
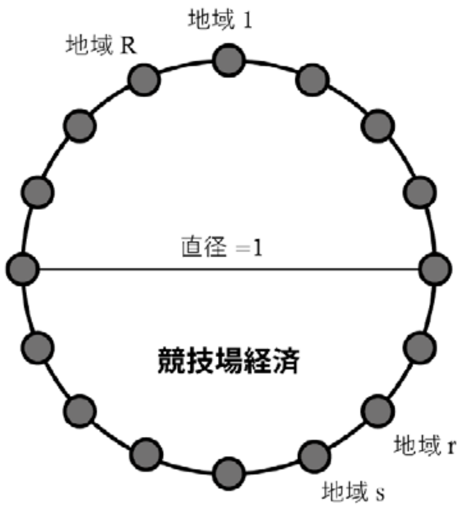


図 6.3　3 地域間での動学過程：T=1.9 のケース

4地域，5地域…と増やすにつれ，視覚的・図形的分析は困難になりそう

多地域及び連続空間

➢ 競技場経済

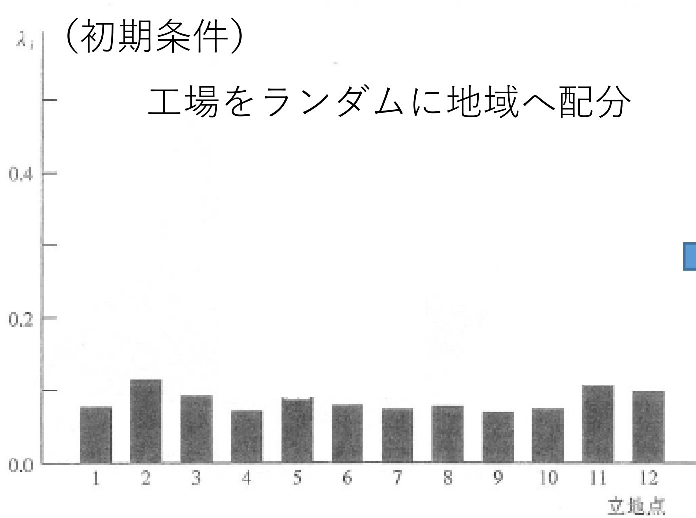


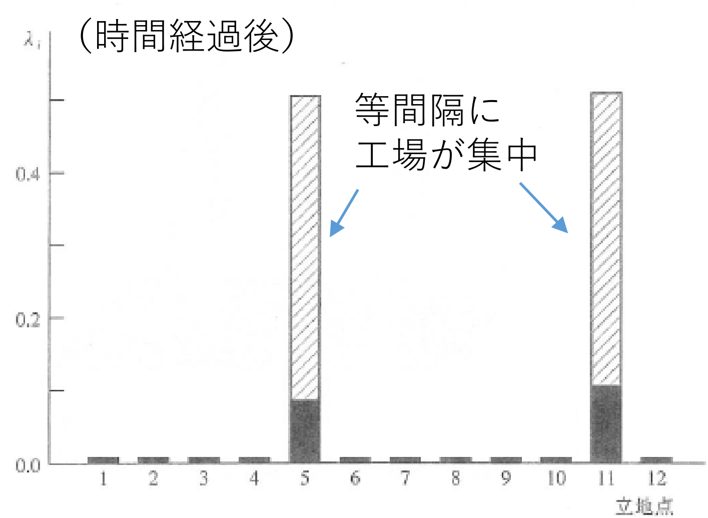
- R個の地域を右図の円周上に等間隔に配置
- 農業は地域間で均等に配分
- 輸送は円周に沿って行われる
- 地域rと地域sの間の輸送費用を$T_{rs}=e^{\tau|r-s|}$

（$|r-s|$は円周上での2点間の最短距離）

数値分析によりモデルの
ふるまいを見てみる

【数値分析1】





多地域及び連続空間

- 競技場経済

【数値分析2】

初期条件として工場をランダムに地域へ配分するのではなく，一様分布（既知の均衡）からわずかに乖離させた状態をとる

2地域集中の規則性が見られ，一様分布は不安定という結果が得られる

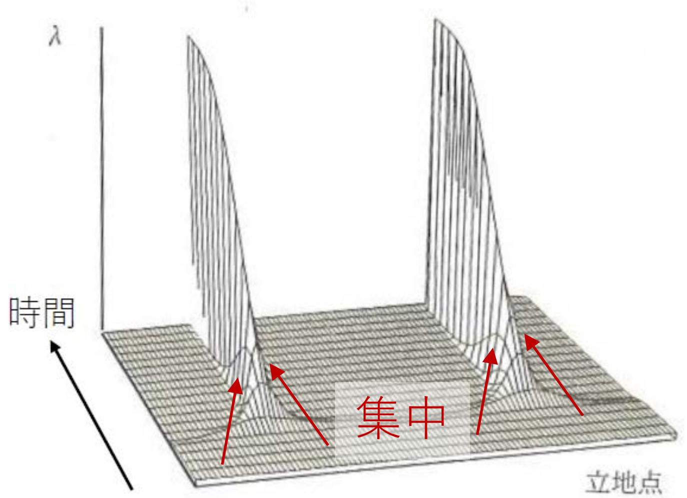


図 6.5　工業分布の変化：多数地域のケース

【数値分析1】【数値分析2】からランダムな初期条件から時間経過後規則的な工業の集中が発生するという空間構造形成の顕著な例が得られた

多地域及び連続空間

➢ チューリングによるアプローチ

- 工業が集積するプロセス

ほとんど平坦な工業の分布から時間とともに不均等であるが規則的な構造が生まれる

- 理論生物学に関する論文(Turing,1952)

ほとんど同質的な一団の細胞からなる胚がどのように自己組織化して高度に分化した有機体へと発達するのか

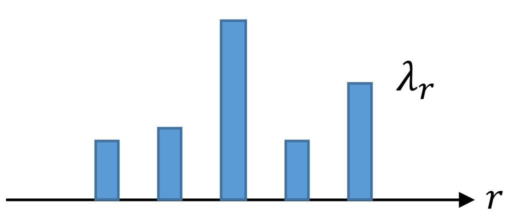
適用可能性

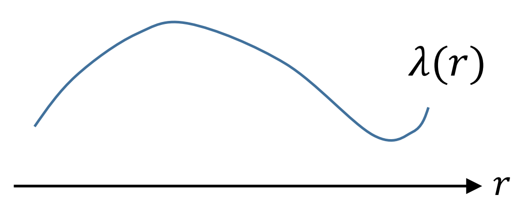
＊チューリングのアプローチ

動学過程の変化の様子や終局状態ではなく，初期の対称性が崩壊する様子に焦点を置く

チューリングのアプローチを適用するため，離散的地域の分析から連続空間への分析へと拡張する

λ_r：地域rの工業シェア → $\lambda(r)$：立地点rの工業密度





多地域及び連続空間

➢ チューリングによるアプローチ

一様分布均衡：全ての地域が同レベルの工業を有する均衡（$\lambda(r) = \lambda$）

一様分布近傍の動学システム：

$$\dot{\lambda}(r) = \int_{-\pi}^{\pi} k(\theta)\{\lambda(r+\theta) - \lambda\} d\theta$$

一様分布均衡からの乖離（仮）：

$$\lambda(r) - \lambda = \delta \cos(\nu r) \quad (\nu \in Z)$$

立地点rにおける工業密度の変化率は，他の全ての立地点における工業密度の分布に依存し，任意の立地点から受ける影響は2地点間の距離θに依存している

円周上で整数回の振動が起こるような乖離を仮定

- 三角関数の加法定理
- $k(\theta) = k(-\theta)$

$$\dot{\lambda}(r) = \underbrace{\boxed{(\lambda(r) - \lambda)}}_{\text{固有関数}} \underbrace{\boxed{\int_{-\pi}^{\pi} k(\theta) \cos(\nu\theta)\, d\theta}}_{\text{固有値}(\gamma_\nu)}$$

$\lambda(r) - \lambda = \delta \cos(\nu r)$が動学システム$\dot{\lambda}(r)$の固有関数を定義していることがわかる

固有値が正なら乖離は増幅されていく

実際の乖離をフーリエ級数展開し，規則的な余弦関数で表される乖離へ分解

- 正の固有値を持つ振動数の項は時間と共に増幅，負の固有値を持つ振動数の項は時間と共に消滅する
- 最大の正の固有値を持つ振動数（最も不安定な振動数）が他を支配するようになり，集積パターンを与える

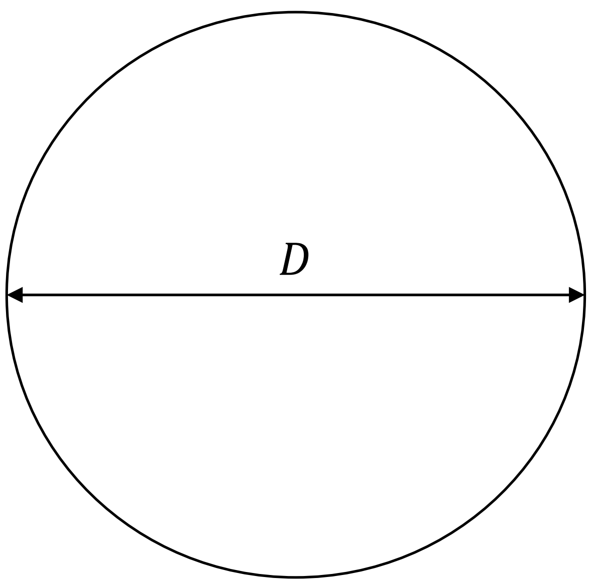
多地域及び連続空間

- 乖離の成長率

チューリングのアプローチを競技場経済に適用するにあたり，余弦関数で表される乖離の成長率が，乖離の振動数によりどのように影響されるかを表現する必要がある

5章核一周辺モデルに倣うと

工業部門の雇用の乖離に対応した実質賃金パターンを見出せればOK
1振幅あたりの実質賃金の変化が最大となり最速成長率を与える「優越振動数」を求める



経済規模： D
最大輸送費用：$T_{max} \equiv e^{\tau\pi D}$
工業労働力：$\mu\pi D$
工業労働力密度：$\lambda(r)$

多地域及び連続空間

➢ 乖離の成長率

- 即時均衡の条件（連続空間）

$$Y(r) = \mu\lambda(r)w(r) + \frac{1-\mu}{2}$$

$$G(r) = [\int_{-\pi D}^{\pi D} \lambda(r)w(r)^{1-\sigma}e^{-\tau(\sigma-1)|r-s|}\,ds]^{1/(1-\sigma)}$$

$$w(r) = [\int_{-\pi D}^{\pi D} Y(s)G(s)^{\sigma-1}e^{-\tau(\sigma-1)|r-s|}\,ds]^{1/\sigma}$$

$$\omega(r) = w(r)G(r)^{-\mu}$$

全微分（5.4節）

$$Y'(r) = \mu\lambda'(r) + \frac{\mu}{2}w'(r)$$

$$\frac{G'(r)}{G} = -\frac{G^{\sigma-1}}{\sigma-1}\int_{-\pi D}^{\pi D}\lambda'(r+s)e^{-\tau(\sigma-1)|s|}ds + \frac{G^{\sigma-1}}{2}\int_{-\pi D}^{\pi D}w'(r+s)e^{-\tau(\sigma-1)|s|}ds$$

$$w'(r) = \frac{G^{\sigma-1}}{\sigma}\int_{-\pi D}^{\pi D}Y'(r+s)e^{-\tau(\sigma-1)|s|}ds + \frac{\sigma-1}{2\sigma}\int_{-\pi D}^{\pi D}(G'(r+s)/G)e^{-\tau(\sigma-1)|s|}ds$$

$$\omega'(r) = [w'(r) - \mu G'(r)/G]G^{-\mu}$$

（仮定）一様分布均衡からの乖離

$$\lambda'(r) = \delta_\lambda \cos(\nu r)$$

他の内生変数にも乖離が発生

$$Y'(r) = \delta_Y \cos(\nu r)$$

$$\frac{G\prime(r)}{G} = \delta_G \cos(\nu r)$$

$$w'(r) = \delta_W \cos(\nu r)$$

$$\omega'(r) = \delta_\omega \cos(\nu r)$$

単純化のためにZを定義

$$Z \equiv \frac{G^{\sigma-1}}{2}\int_{-\pi D}^{\pi D}\cos(\nu s)\,e^{-\tau(\sigma-1)|s|}ds$$

$$Z = \frac{\tau^2(\sigma-1)^2}{\tau^2(\sigma-1)^2+\nu^2}[\frac{1-\cos(\nu\pi D)\,e^{-\tau D(\sigma-1)\pi}}{1-e^{-\tau D(\sigma-1)\pi}}]$$

多地域及び連続空間

- 乖離の成長率

乖離を表す余弦関数の式と新たな変数Zを用いて即時均衡式の全微分式を単純化

$$\delta_Y = \mu\delta_\lambda + \frac{\mu}{2}\delta_w$$
$$\delta_G = \frac{2Z}{1-\sigma}\delta_\lambda + Z\delta_w$$
$$\sigma\delta_Y = 2Z\delta_Y + (\sigma-1)Z\delta_G$$
$$G^\mu\delta_\omega = \delta_\omega - \mu\delta_G$$

$$\frac{\delta_\omega}{\delta_\lambda} = 2ZG^{-\mu}\left(\frac{1-\rho}{\rho}\right)[\frac{\mu(1+\rho)-Z(\mu^2+\rho)}{1-\mu Z(1-\rho)-\rho Z^2}]$$

工業部門の雇用の小さな乖離が実質賃金に与える影響を表現している

工業部門の雇用の変化を与える微分方程式： $\dot{\lambda}(r) = \gamma\{\omega(r) - \bar{\omega}\}\lambda(r)$

一様分布均衡：$\lambda = 0.5$

$$\dot{\lambda}'(r) = \gamma\omega'(r)\lambda(r) = \gamma\frac{\omega'(r)}{2} \quad \because \lambda = 0.5$$

$$\dot{\lambda}'(r) = \gamma\frac{\delta_\omega}{2}\cos(\nu r) = \gamma\frac{\delta_\omega}{2\delta_\lambda}\lambda'(r) \quad \because \frac{\omega'(r)}{\lambda'(r)} = \frac{\delta_\omega}{\delta_\lambda}$$

余弦関数で表される乖離$\lambda'(r)$は固有値$\gamma_\nu = \gamma\delta_\omega/2\delta_\lambda$（パラメータ$\mu, \rho(\sigma), \tau, \nu$に依存）となる固有関数であることがわかる

各パラメータが固有値の符号・大きさにどう影響するかを検討し，正の最大固有値を与えるν（＝優越振動数）を見出す必要がある

多地域及び連続空間

➢ 優越振動数の決定

非常に広大な経済を仮定 → Dの大きな経済

- Zに以下の近似式が成立

$$Z \to \frac{\tau^2(\sigma-1)^2}{\tau^2(\sigma-1)^2+\nu^2}$$

νに関して単調に減少

- νの整数条件が緩和（波長に比べ円周が十分大きくなる）

→　ν, Zを近似的に連続変数として扱うことが可能

$$\frac{\delta_\omega}{\delta_\lambda} = 2ZG^{-\mu}\left(\frac{1-\rho}{\rho}\right)\left[\frac{\mu(1+\rho)-Z(\mu^2+\rho)}{1-\mu Z(1-\rho)-\rho Z^2}\right]$$

- $Z=0$：$\frac{\delta_\omega}{\delta_\lambda}=0$
- 小さな$Z(>0)$：$\frac{\delta_\omega}{\delta_\lambda}>0$
- $Z\to 1$：$\frac{\delta_\omega}{\delta_\lambda}<0$

（ブラックホールの非存在条件より$\mu-\rho<0$）

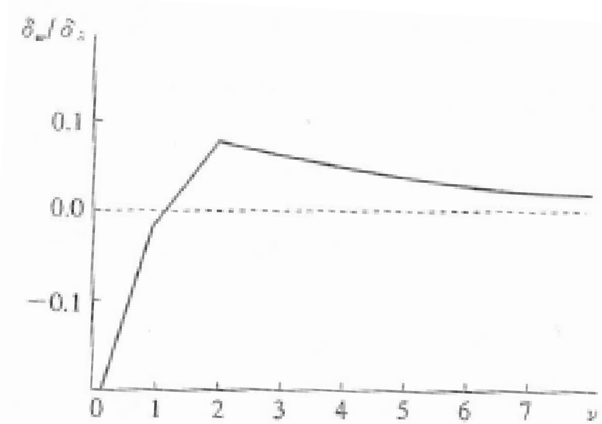


図 6.6　振動数の関数としての固有値

多地域及び連続空間

- その他パラメータと優越振動数の関係

表 6.1 優越振動数

	$\sigma=5$			$\sigma=10$		
	$\mu=0.2$	$\mu=0.4$	$\mu=0.6$	$\mu=0.2$	$\mu=0.4$	$\mu=0.6$
$T_{\max}=2$	2	1	1	4	2	2
$T_{\max}=4$	3	2	1	7	5	3
$T_{\max}=8$	5	3	2	11	7	4

← 数値計算の結果

- 輸送費用：T
  輸送費用が高いときは比較的小さな工業活動の集中が比較的多く存在することになり，優越振動数も高くなる
- 代替の弾力性：σ
  σが高ければ距離とともに交易量は急速に減少するため，優越振動数は高くなり，比較的多くの集積が生まれる
- 工業シェア：μ
  工業シェアμが高くなると優越振動数は小さくなる
  この条件下では少数の大きな集積が生まれる

- 局所的分析から大域的分析へ

チューリングの分析　← 一様分布均衡近傍の局所的な分析

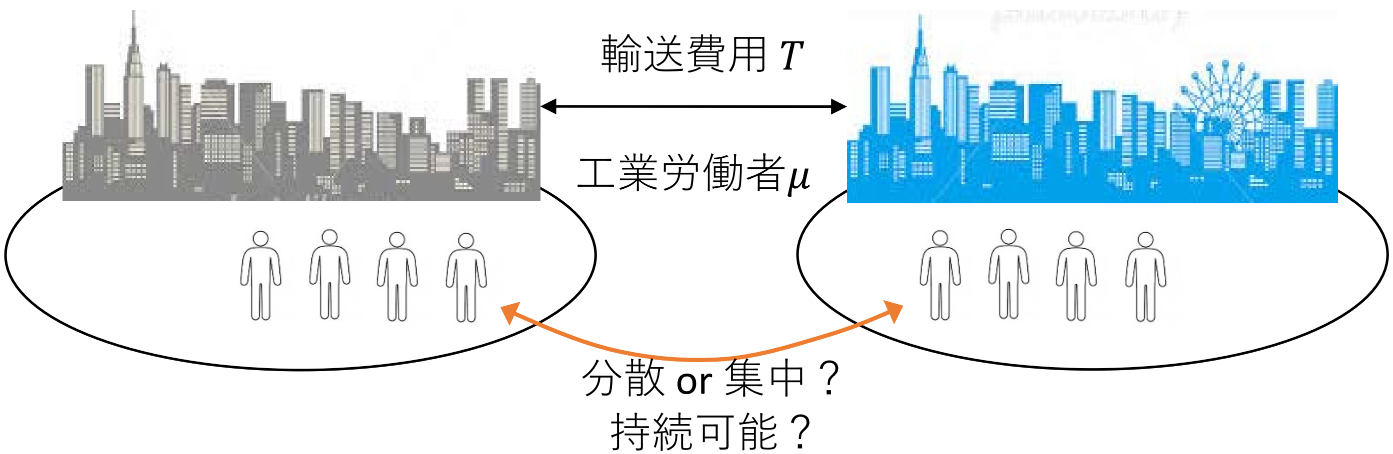
一様分布均衡から離れて経済が発展する，パラメータが変化する等するとどうなるか？

はじめに②

➢ 核ー周辺モデル（復習）

個別企業レベルでの収穫逓増，輸送費用，及び要素移動の相互作用がどのように空間的経済構造を生み出し，変化させるのかをモデル化

地域1		地域2
λ	工業労働供給シェア	$1-\lambda$
ω_1	実質賃金	ω_2



➢ モデルの仮定・理想化

- 2地域のみ存在
- 農業品の輸送費用は0

→ 第6章，第7章で拡張

農業品の輸送費用

- 輸送費用

空間経済学のアプローチ的には，地理的空間を越えて営業する総費用（情報収集，コミュニケーション，言語などなど）の尺度としての輸送費用を求めている

- 同質的な財と差別化された財の交易費用

Rauch(1996)の研究から，差別化された財を生産する部門以外の部門（同質的な財？）はかなりの少なくとも差別化された財以上の交易費用がかかることが示唆されている

我々（空間経済学？）の枠組みでは，同質的な財を生産する部門は「農業」に集計されており，以降では上述したような費用の効果を分析する

同質財：複数の企業が生産する財が需要者にとっては同じ財
差別財：複数の企業が生産する財が，たとえ機能的にほとんど同じ財であっても，需要者にとっては異なる財

農業品の輸送費用

➢ モデルの仮定

- 2地域
- 1単位の農業労働→1単位の生産物
- どの地域にも全農業労働賦存量の半分が存在
- 地域rの農業賃金をw_r^Aで表す
- 農業賃金w_r^Aは農業品の価格に等しいが，農業品にT^Aの率で氷塊輸送型の費用がかかるため，農業賃金や価格は地域間で均等化しない

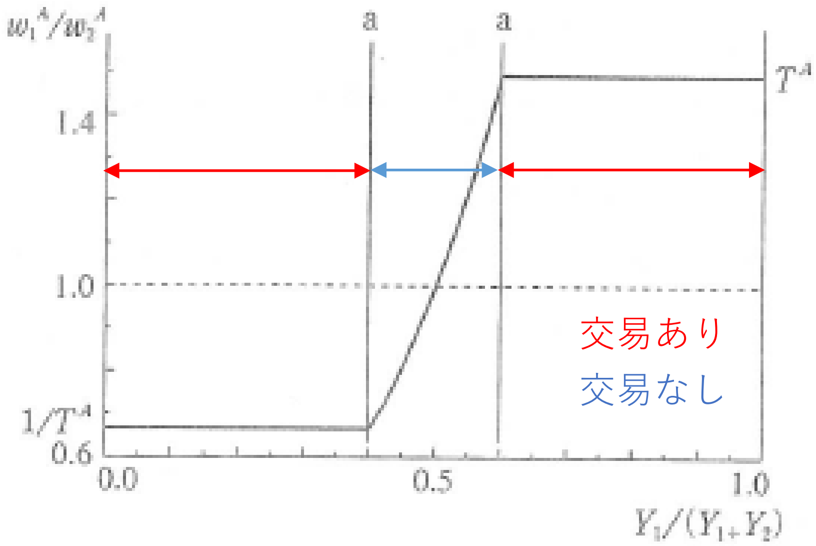


図 7.1　農業賃金と農業品価格

農業品の輸送費用

- 均衡式

所得方程式：

$$Y_1 = \mu\lambda w_1^M + \frac{1-\mu}{2} w_1^A$$

$$Y_2 = (1-\lambda)\,\mu w_2^M + \frac{1-\mu}{2} w_2^A$$

価格指数方程式：

$$G_1^M = [\lambda(w_1^M)^{1-\sigma} + (1-\lambda)(w_2^M T^M)^{1-\sigma}]^{1/(1-\sigma)}$$

$$G_2^M = [\lambda(w_1^M T^M)^{1-\sigma} + (1-\lambda)(w_2^M)^{1-\sigma}]^{1/(1-\sigma)}$$

賃金方程式：

$$w_1^M = [Y_1(G_1^M)^{\sigma-1} + Y_2(G_2^M)^{\sigma-1}(T^M)^{1-\sigma}]^{1/\sigma}$$

$$w_2^M = [Y_1(G_1^M)^{\sigma-1}(T^M)^{1-\sigma} + Y_2(G_2^M)^{\sigma-1}]^{1/\sigma}$$

実質賃金方程式：

$$\omega_1 = w_1^M (G_1^M)^{-\mu}(w_1^A)^{\mu-1}$$

$$\omega_2 = w_2^M (G_2^M)^{-\mu}(w_2^A)^{\mu-1}$$

農業品の輸送費用

農業品の輸送費用は均衡における構造をどのように変化させるか
- 核ー周辺パターンが持続可能か
- 対称均衡が安定であるか，不安定であるか

➢ 核ー周辺パターンの持続可能性

全ての工業が地域1に集中している（$\lambda = 1$）としたとき，実質賃金を比較し，$\omega_1 > \omega_2$（移動のインセンティブがあるか）かどうか確認する

地域2の労働賃金を価値尺度にとれば，
これを用いて均衡式（p16）を解くと， $w_2^A = 1, w_1^A = T^A > 1$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = (T^M)^{-\mu}(T^A)^{1-\mu}\left[\frac{\mu + T^A}{1 + T^A}(T^M)^{1-\sigma} + \frac{1-\mu}{1+T^A}(T^M)^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma}$$

T^Aの上昇が核ー周辺パターンの崩壊をもたらす項

T^Aの上昇が核ー周辺パターンを持続しやすくする項

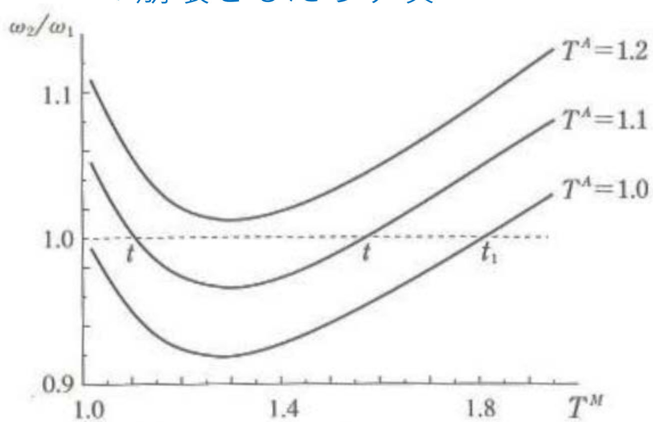


図7.2 サステインポイント

農業品の輸送費用

- 対称均衡の安定性

  第5章で対象均衡の安定性を確認したやり方と同じ方法で確認できる
  均衡条件を微分して，労働力に対する実質賃金の変化率$\frac{d(\omega_1-\omega_2)}{d\lambda}$（の正負）を対称均衡において評価する

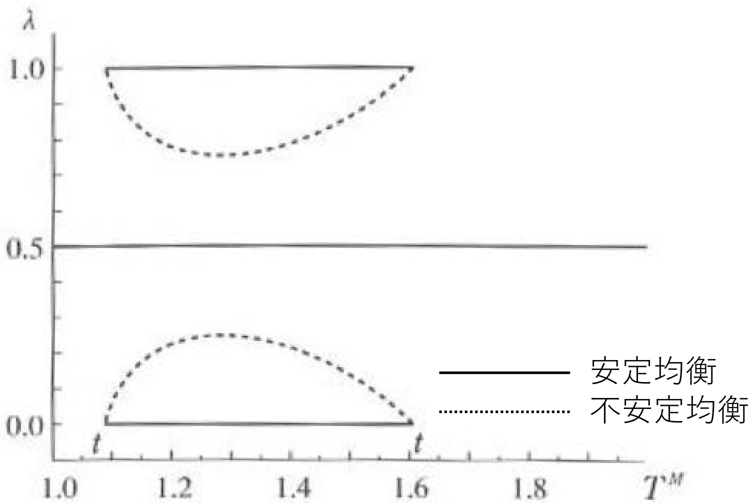


図 7.3　農業品が同質的な場合の分岐：T^A=1.1 のケース

農業品の輸送費用

- 差別化された農業品
  - 2地域の農業品の代替の弾力性（η）が一定と仮定
  - 各農業品の需要は価格指数とともにCES型の選好から導かれると仮定

- 均衡式

価格指数方程式：

$$G_1^A = \left[\frac{1}{2}\{\left(w_1^A\right)^{1-\eta} + \left(w_2^A T^A\right)^{1-\eta}\}\right]^{1/(1-\eta)}$$

$$G_2^A = \left[\frac{1}{2}\{\left(w_1^A T^A\right)^{1-\eta} + \left(w_2^A\right)^{1-\eta}\}\right]^{1/(1-\eta)}$$

賃金方程式：

$$w_1^A = [Y_1\left(G_1^A\right)^{\eta-1} + Y_2(G_2^A)^{\eta-1}(T^A)^{1-\eta}]^{1/\eta}$$

$$w_2^A = [Y_1\left(G_1^A\right)^{\eta-1}(T^A)^{1-\eta} + Y_2(G_2^A)^{\eta-1}]^{1/\eta}$$

工業品と同じ
シェアは$\lambda = 1/2$

実質賃金方程式：

$$\omega_1 = w_1^M (G_1^M)^{-\mu} (G_1^A)^{\mu-1}$$

$$\omega_2 = w_2^M (G_2^M)^{-\mu} (G_2^A)^{\mu-1}$$

+ 所得方程式，工業部門の均衡式

農業品の輸送費用

- 距離の圧政

農業品の輸送費用が都市の発展に対してブレーキとして働くことをモデルにより確認できる

→　モデルを農業品の輸送費用を含むように拡張することによってこの効果をとらえ，工業品の輸送費用の低下と同様に，農業品の輸送費用の低下がどのように集積を引き起こすか示すことができる

みたいな感じでモデルを拡張していくことで現実社会の現象をより細かく記述できるようになる

都市システムの空間モデル

- 地域経済学的アプローチ

  少数の離散的な立地点をもつ経済に焦点を置いた分析（第5章〜第7章）
  → 労働力・経済の集中・分散をモデル化

  （地域経済学的アプローチでは考慮されていない関心事）
  どのようにして新たな都市が形成されるのか，なぜ異なる規模の都市が同時に存在するのか，輸送費用・自然的条件・人為的条件などの違いが都市の立地にどのように影響するのか・・・

- 都市経済学的アプローチ

  本章で少し前触れ

以上の観点の焦点の置き方の変更は空間的にどのように経済が発展するということに関して別の貴重な見方を与えてくれる，と我々は信じる

都市システムの空間モデル

- 立地選択の需要と分布

工業品の各生産者は，費用（固定費用・限界費用），輸送費，工業労働者の地理的分布（工業生産の分布）をもとに立地選択を行う
各企業の最適立地点は，他の企業がどこで生産するのかにどう依存するか

- 都市での立地に関する持続性と凍結性

何が都市をバラバラにならないようにつなぎとめているのか，個人も企業も不断に入れ替わるに，なぜ都市の立地点はかくも永続的なのか

- 人口増加と都市形成

どのようにして新たな都市が生まれるのか

- 都市の階層構造

階層構造のイメージをもった分析

- 港と交通ハブ

港と交通ハブの都市形成について