空間経済学

平成30年6月23日(土)

福田研究室　修士1年生
室　祥太朗

4-1.消費者行動

効用関数の設定

◆仮定

・農業部門：完全競争的，同一の種の財を生産

・工業部門：不完全競争，広範囲の差別化された財を生産

◆消費者の効用関数を次のように定義する．

$$U = M^{\mu} A^{1-\mu} \tag{4.1}$$

M:工業品消費量，A:農業品消費量，μ:工業品への支出割合

◆ここで，工業品は複数種あるため，Mを以下の部分効用関数で表す．

$$M = \left[\int_0^n m(i)^{\rho}\, di\right]^{\frac{1}{\rho}} \qquad 0 \leq \rho \leq 1 \tag{4.2}$$

$\rho \equiv \frac{\sigma-1}{\sigma}$, σ：代替の弾力性

$m(i)$：工業製品iの消費量，n：多様性の程度(財の種類)
ρ：工業品の多様性選好の度合い($\rho \to 0$で強くなる)

補足説明:完全競争市場

◆完全競争市場

個々の生産者や消費者が生産や消費を変えても，市場で成立している価格には影響がないような状況.

◆完全競争市場における企業の利潤

企業は市場に自由に参入・退出できる. このとき，企業の利潤は0となる性質がある.

補足説明:効用関数

◆コブ-ダグラス型効用関数

２つの財を消費することにより得られる効用についても考える．例としてコーヒーと紅茶による効用関数を次のように置く．

ある消費者が，

（ｉ）コーヒーをx_1杯飲んで得られる効用を$u_1(x_1)$と置くと，

$$u_1(x_1) = {x_1}^{\alpha_1} \qquad （\alpha_1は，0 < \alpha_1 < 1を満たす定数）$$

とあらわされる．また，

（ii）紅茶をx_2杯飲んで得られる効用を$u_2(x_2)$と置くと，

$$u_2(x_2) = \beta_2 {x_2}^{\alpha_2} \qquad （\alpha_2は，0 < \alpha_2 < 1を満たす定数）$$

補足説明：効用関数

◆コブ-ダグラス型効用関数

この消費者がコーヒーをx_1杯消費し，紅茶をx_2杯消費したときの効用を$u(x_1, x_2)$とおくと

$$u(x_1, x_2) = u_1(x_1)u_2(x_2)$$
$$= \beta_2 {x_1}^{\alpha_1} {x_2}^{\alpha_2}$$

２つの財を消費することにより，相乗的に効用が増加する.

$$u(x_1, x_2) = {x_1}^{\alpha_1} {x_2}^{\alpha_2}$$

◆CES型効用関数

代替の弾力性が一定の効用関数.

$$u(x_1, x_2) = [\alpha_1 {x_1}^{-\rho} + \alpha_2\, {x_2}^{-\rho}]^{\frac{-1}{\rho}}$$

コブ-ダグラス型効用関数はCES型関数の特殊型とみることができ，$\rho = 0$のとき，コブ-ダグラス型関数となる.

4-1.消費者行動

効用最大化問題

◆予算制約のもとでの効用最大化問題は以下のように書ける.

$$max. U = M^{\mu}A^{1-\mu} s.t. p^{A}A + \int_{0}^{n} p(i)m(i)di = Y$$

p^A：農業品価格，$p(i)$：各工業品価格，Y：所得

◆この効用最大化問題は，次の2段階で解くことができる.

STEP1：Mを達成する費用を最小にするように各$m(i)$を選択する

STEP2：総予算を農業品と工業品全体に分け，AとMを決定する.

4-1.消費者行動

効用最大化問題を解く　　STEP1: $m(i)$の決定

◆STEP1を定式化すると以下の費用最小化問題となる

$$min. U = \int_0^n p(i)m(i)di \quad s.t. \left[\int_0^n m(i)^\rho \, di\right]^{\frac{1}{\rho}} = M \tag{4.3}$$

p^A:農業品価格，$p(i)$:各工業品価格，Y:所得

◆1階の条件は限界代替率と価格比率が等しくなることなので

$$\frac{m(i)^{\rho-1}}{m(j)^{\rho-1}} = \frac{p(i)}{p(j)} \tag{4.4}$$

◆(4.4)式を(4.3)式に代入すると，差別化jの工業品に対する補償需要関数が得られる.

$$m(j) = \frac{p(j)^{\frac{1}{\rho-1}}}{\left[\int_0^n p(i)^{\frac{\rho}{\rho-1}} di\right]^{\frac{1}{\rho}}} M \tag{4.5}$$

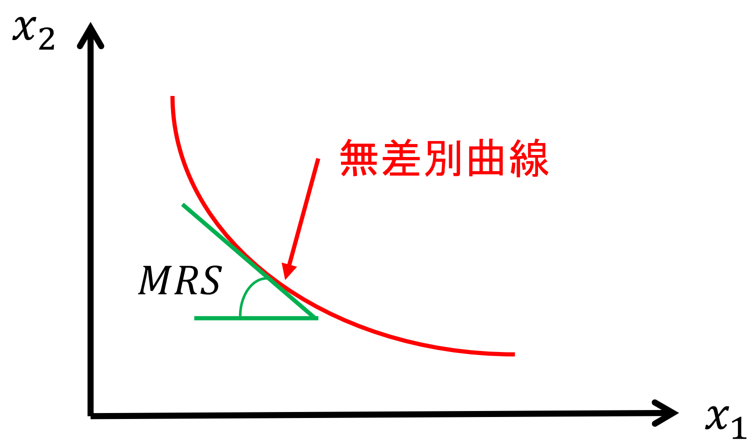
補足説明：限界代替率

◆無差別曲線

同じ，差別できない効用をもたらす点の集合$x_1 x_2$の座標平面上に曲線として存在し，これを無差別曲線という.

◆限界代替率（MRS）

限界代替率は無差別曲線の接線の傾きで表される.

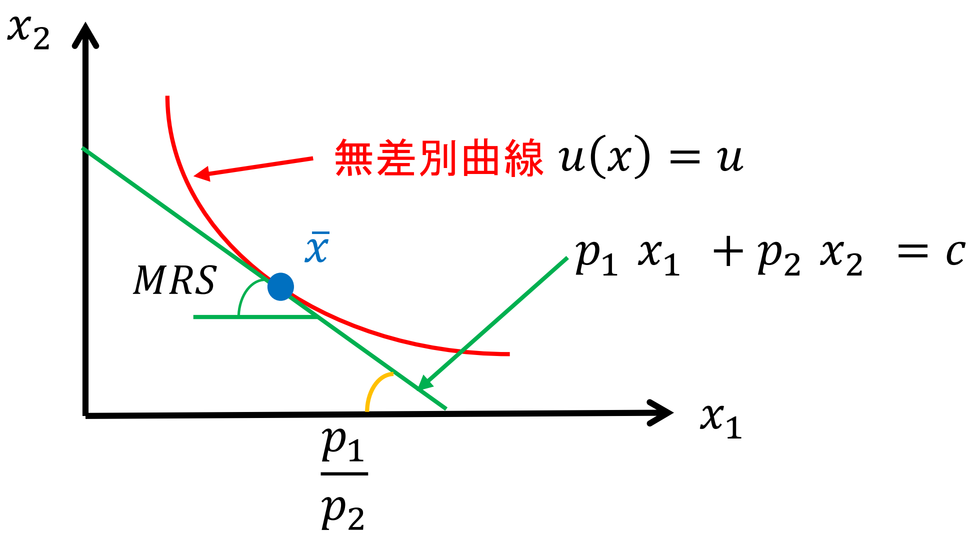


補足説明：支出最小化問題，効用最大化問題

◆支出最小化問題，効用最大化問題

$$min. px$$
$$s.t. u(x) = u$$

これを解くと，限界代替率と価格比が同じになる



◆補償需要関数

支出最小化問題の解$\bar{x}$.

◆支出関数

価格体系pのもとで，効用uを達成するための必要最低限な金額$p\bar{x}$

4-1.消費者行動

効用最大化問題を解く　　①$m(i)$の決定

◆ 差別化jの工業品への支出は$p(j)m(j)$だから，式をjに関して積分すると (4.5)

$$\int_0^n p(i)m(i)di = \int_0^n p(j)m(j)dj$$

$$= \boxed{\left[\int_0^n p(i)^{\frac{\rho}{\rho-1}}di\right]^{\frac{\rho-1}{\rho}}} M \tag{4.6}$$

合成工業製品の数量

価格指数

1単位の合成工業品Gを購入するための最小費用→支出関数

Mの係数の価格指数と定義．これをGとすれば，

$$G = \left[\int_0^n p(i)^{\frac{\rho}{\rho-1}}di\right]^{\frac{\rho-1}{\rho}} = \left[\int_0^n p(i)^{\sigma-1}di\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} \tag{4.7}$$

ただし，$\rho \equiv \frac{\sigma-1}{\sigma}$とする．

よって，$m(j)$は以下のように書け，($j \to i$とすれば)①が終了

$$m(j) = \left(\frac{p(j)}{G}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} M = \left(\frac{p(j)}{G}\right)^{-\sigma} M \tag{4.8}$$

4-1.消費者行動

效用最大化問題を解く　　①②AとMの決定

◆②を定式化すると以下

$$max.\,U = M^{\mu}A^{1-\mu}\;\; s.t.\; GM + p^{A}A = Y \tag{4.9}$$

これを解くと，AとMが決定できる

$$M = \frac{\mu Y}{G} \qquad\qquad A = \frac{(1-\mu)Y}{p^{A}} \tag{4.10}$$

また，Mを$m(j)$に代入すれば，

$$m(j) = \left(\frac{p(j)}{G}\right)^{-\sigma} \times \frac{\mu Y}{G} = \mu Y \frac{p(j)^{-\sigma}}{G^{-(\sigma-1)}} \tag{4.11}$$

.

4-1.消費者行動

効用最大化問題の結果

◆以上①，②から，

$$max. U = M^{\mu} A^{1-\mu} \;\; s.t. \; p^A A + \int_0^n p(i)m(i)di = Y$$

を解き，農業品，各工業品についての需要関数を得た

$$M = \frac{\mu Y}{G} \qquad A = \frac{(1-\mu)Y}{p^A} \tag{4.10}$$ 再

$$m(j) = \mu Y \frac{p(j)^{-\sigma}}{G^{-(\sigma-1)}} \tag{4.11}$$ 再

これらをUに代入すると間接効用関数が得られる

$$U = M^{\mu} A^{1-\mu} = \mu^{\mu}(1-\mu)^{1-\mu} \; Y \boxed{G^{-\mu}(p^A)^{-(1-\mu)}} \tag{4.12}$$

経済の生計費指数（家計の生活費に基づき算出される物価指数）

4-1.消費者行動

効用最大化問題の結果

◆この結果，提供される工業品の範囲が内生変数になった

全工業品が同一価格p^Mで購入できると仮定．価格指数は

$$G = \left[\int_0^n p(i)^{\sigma-1} di\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} = p^M n^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{4.13}$$

これより，価格指数Gの財の種類nへの感応度は異なる種類間の代替弾力性σに依存することがわかる．

また，(4.14)式と合わせると，以下がわかる．

$$m(j) = \mu Y \frac{p(j)^{-\sigma}}{G^{-(\sigma-1)}} \qquad \text{(4.11再)}$$

nの増加➡ Gの減少➡$m(j)$の減少

すなわち，財の種類を増加させると財市場の競争が激化し，既存財の需要曲線を下方にシフトさせる

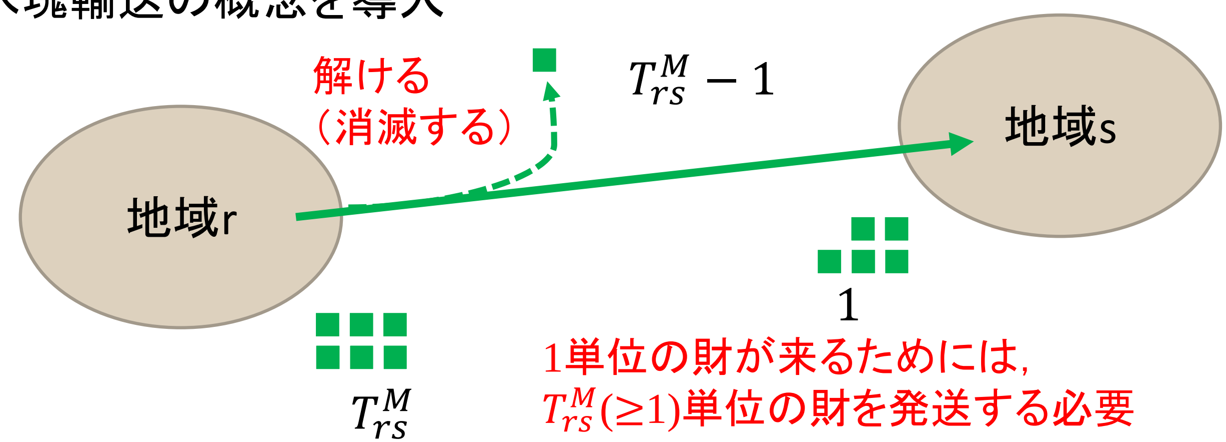
4-2.複数の立地点と輸送費用

輸送費の導入

◆仮定

・どの財も1地点のみで生産され，全ての種類の財は同一の生産技術と同一の価格を持つというように対称性を有する

・氷塊輸送の概念を導入



立地点は離散的で
R個あるとする.

地域rは域内で生産された工業品が価格p_r^Mで販売される.

地域sにおける送達価格p_{rs}^Mは次のようになる.

$$p_{rs}^{M}=p_r^{M}T_{rs}^{M} \qquad (4.14)$$

4-2.複数の立地点と輸送費用

輸送費の導入

◆立地点sでの工業品の価格指数G_sは，(4.13)式と(4.14)式より

$$G_s = \left[\sum_{r=1}^{R} n_r (p_r^M T_{rs}^M)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} \qquad s = 1, \dots, R \tag{4.15}$$

rで生産された財に対する立地点sでの消費需要は(4.11)式より

$$\mu Y_s (p_r^M T_{rs}^M)^{-\sigma} {G_s}^{(1-\sigma)} \tag{4.16}$$

ここで，氷塊輸送より，rではこのT_{rs}^M倍の量が発送されなければならないことを考慮し，工業品の総販売量q_r^Mは

$$q_r^M = \mu \sum_{s=1}^{R} Y_s (p_r^M T_{rs}^M)^{-\sigma} {G_s}^{(1-\sigma)}\, T_{rs}^M \tag{4.17}$$

4-3.生産者行動

効用関数の設定

◆仮定

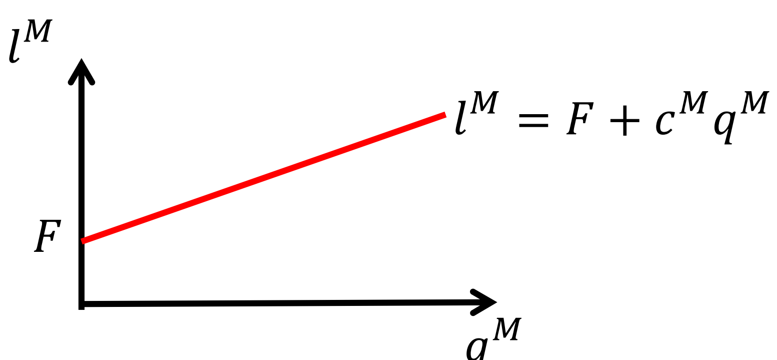
・農業部門：完全競争的，収穫不変の技術

・工業部門：規模の経済が各種類の財レベルにおいて発生，労働力が唯一のインプット，生産技術はすべての財の種類，全ての立地点で同じとする

労働投入量はl^Mは

$$l^M = F + c^M q^M \tag{4.18}$$

F:固定的インプット，c^M:限界的インプット，q^M:生産量



4-3.生産者行動

利潤最大化問題

◆立地点rにおける1企業の利潤最大化問題を定式化する

$$max.\pi_r = p_r^M q_r^M - w_r^M(F + c^M q^M) \tag{4.19}$$

w_r^M:賃金率，p_r^M:工場渡し価格，q_r^M:総販売額量

ここで，企業が需要の価格弾力性がσであると考えるという仮定をすると，

$$p_r^M = \frac{1}{1 - {}^{1}\!/_{\sigma}} c^M w_r^M = \frac{c^M w_r^M}{\rho} \tag{4.20}$$

よって，利潤は以下の関数となる.

$$\pi_r = w_r^M \left[\frac{q_r^M c^M}{\sigma - 1} - F \right] \tag{4.21}$$

4-3.生産者行動

利潤最大化問題

ここで，独占市場において参入・退出規則がないと仮定すると，企業の利潤はゼロとなることから，$\pi_r = 0$として，

$$q_r^M = \frac{F(\sigma-1)}{c^M} \equiv q* \tag{4.22}$$

←立地点rによらない均衡値

$$l* = F + c^M q* = F\sigma \tag{4.23}$$

立地点rにおける工業企業数（＝財の種類数）n_r は

$$n_r = \frac{L_r^M}{l*} = \frac{L_r^M}{F\sigma} \tag{4.24}$$

L_r^M：立地点rでの工業労働者数

4-3.生産者行動

利潤最大化問題の結果

◆ 市場規模は，限界費用を上回るマークアップ（原価に加算される利潤）にも，個々の財が生産される生産される生産規模にも影響しない

市場規模の効果は生産される財の種類の変化を通じて働くのみ

⇕

一般的にはより大きな市場はより激しい競争を発生させ，市場拡大のメリットを享受する方法の一つは大規模生産による

これは，モデルの次の（やや現実とは離れた）仮定に由来する

・価格弾力性が一定の需要関数

・企業が利潤最大化行動の際に価格指数G_Sを一定とみなすという非戦略的行動

4-3.生産者行動

工業賃金方程式

◆ (4.22)で導いた$q*$を需要関数(4.17)に代入すると,

$$q* = \mu \sum_{s=1}^{R} Y_s (p_r^M)^{-\sigma} (T_{rs}^M)^{1-\sigma} {G_s}^{1-\sigma} \tag{4.25}$$

$$(p_r^M)^{\sigma} = \frac{\mu}{q*} \sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} {G_s}^{1-\sigma} \tag{4.26}$$

これに,(4.20)を代入すると,各立地点の所得・価格指数・輸送費が所与の場合に,立地点rの企業が収支均等する賃金が示される.

$$w_r^M = \left(\frac{\sigma - 1}{\sigma c^M}\right) \left[\frac{\mu}{q*} \sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} {G_s}^{\sigma-1}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \tag{4.27}$$

4-3.生産者行動

実質賃金

◆ 賃金方程式により，名目賃金を導出できた(4.22)で導いた$q*$を需要関数(4.17)に代入すると,

一方，各立地点での実質所得は生計費指数$G_r^{\mu}(p_r^A)^{1-\mu}$によりデフレートされた名目所得に比例する

よって立地点rにおける工業労働者の実質賃金ω_r^Mは

$$\omega_r^M = w_r^M {G_r}^{-\mu}(p_r^A)^{-(1-\mu)} \tag{4.28}$$

となる.

実質賃金，名目賃金

◆実質賃金

物価等を考慮した賃金

実質賃金とは，生産物単位ではかった労賃のこと．例えば，マクドナルドでのアルバイトを考える．産出物（ハンバーガー）の価格が$p = 100$で，アルバイト代が時給$w = 800$円なら，実質賃金は$\frac{w}{p} = 8$

◆名目賃金

私たちが手にする賃金のナマの金額を表した数値

4-4.いくつかの規準化

測定単位の選択による単純化

◆ 適切な単位を選択し，無次元量σ, ρ, μを使って式を簡単にする

①限界労働量について

$$c^M = \frac{\sigma - 1}{\sigma} = \rho \qquad (4.29)$$

となるようにすれば，次の式が出る

$$p_r^M = w_r^M \qquad (4.30) \qquad\qquad l* = q*$$

②生産の固定的インプットについて

$$F = \frac{\mu}{\sigma} \qquad (4.31)$$

となるようにすれば，次の式が出る.

$$n_r = \frac{L_r^M}{\mu} \qquad (4.32) \qquad\qquad l* = q* = \mu \qquad (4.33)$$

となる.

4-4.いくつかの規準化

測定単位の選択による単純化

◆ 以上の規準化を踏まえ，価格指数と賃金方程式を書くと

$$G_r = \left[\sum_{r=1}^{R} n_s (p_s^M T_{rs}^M)^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{\sigma-1}}$$

$$= \left[\sum_{r=1}^{R} L_s^M (p_s^M T_{rs}^M)^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} \tag{4.34}$$

$$w_r^M = \left(\frac{\sigma - 1}{\sigma c^M}\right)\left[\frac{\mu}{q *}\sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} G_s{}^{\sigma-1}\right]^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$= \left[\sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} G_s{}^{\sigma-1}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \tag{4.35}$$

4-5.価格指数効果と域内市場効果

立地点が2つの場合を考える

◆ 価格指数と賃金方程式は$r = 1{,}2$として，以下の式となる

$$G_1^{1-\sigma} = \frac{1}{\mu}\left[L_1 w_1^{\sigma-1} + L_2 (w_2\ T)^{1-\sigma}\right] \tag{4.36-1}$$

$$G_2^{1-\sigma} = \frac{1}{\mu}\left[L_2 (w_2\ T)^{1-\sigma} + L_2 w_2^{1-\sigma}\right] \tag{4.36-2}$$

$$w_1^{\sigma} = Y_1 G_1^{\sigma-1} + Y_2 G_2^{\sigma-1} T^{1-\sigma} \tag{4.37-1}$$

$$w_2^{\sigma} = Y_1 G_1^{\sigma-1} T^{1-\sigma} + Y_2 G_2^{\sigma-1} \tag{4.37-2}$$

工業のみ着目により添え字M省略，$T_{12} = T_{21} = T$　とした.

また，域内輸送費はゼロと仮定$(T_{12} = T_{21} = 0)$.

4-5.価格指数効果と域内市場効果

立地点が2つの場合を考える

◆ ここで，これらの式は$s = 1{,}2$の変数に関して対象であり，$L_1 = L_2$ かつ$Y_1 = Y_2$ なら$G_1 = G_2$ 及び$w_1 = w_2$ の解を有する.

対称な均衡値をそれぞれL, Y, G, wとして，４つの式に代入・整理

$$1 + T^{1-\sigma} = \frac{\mu}{L}\left(\frac{G}{w}\right)^{1-\sigma} = \frac{w}{Y}\left(\frac{G}{w}\right)^{1-\sigma} \tag{4.38}$$

この均衡値付近のふるまいを調べるため，価格指数および賃金方程式を微分．対称性から$dX = dX_1 = -dX_2$ ($\mathrm{X} = L, Y, G, w$)とする.

$$(1-\sigma)\frac{dG}{G} = \frac{L}{\mu}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}\left[\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right] \tag{4.39}$$

$$\sigma\frac{dw}{w} = \frac{Y}{w}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})\left[\frac{dY}{Y} + (\sigma-1)\frac{dG}{G}\right] \tag{4.40}$$

4-5.価格指数効果と域内市場効果

<u>価格指数効果</u>

◆ (4.39)式において工業への労働供給が完全に弾力的であり，$dw = 0$と仮定する.

$$\frac{dG}{G} = \frac{1}{1-\sigma}\frac{L}{\mu}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})\frac{dL}{L} \qquad (4.39')$$

よって，工業部門の労働力変化は$\frac{dL}{L}$価格指数に負の効果を$\frac{dG}{G}$与える.

→価格指数効果

4-5.価格指数効果と域内市場効果

域内市場効果

◆ 交易費用の指数Zを以下のように定義する. $(0 \leq Z \leq 1)$

$$Z = \frac{1 - T^{1-\sigma}}{1 + T^{1-\sigma}} \tag{4.41}$$

このZと(4.39)式，(4.40)式を用いてGの項を消去すると

$$\left[\frac{Z}{\sigma} + Z(1-\sigma)\right]\frac{dw}{w} + Z\frac{dL}{L} = \frac{dY}{Y} \tag{4.42}$$

先と同様に$dw = 0$と仮定すると

$$\frac{dL}{L} = \frac{1}{Z}\frac{dY}{Y} \tag{4.43}$$

工業品の域内需要が増加($\frac{dY}{Y} \rightarrow$ 大)すると，工業労働者数（→工業生産高）は比例以上($\frac{1}{Z} > 1$)に増加($\frac{dL}{L} \rightarrow$ 大)する

→域内市場効果

4-5.価格指数効果と域内市場効果

域内市場効果

◆ 工業品に対する高い需要を持つ立地点では，ほかの条件が同じであるとして，工業労働者により高い実質賃金が提供される傾向にある.

また，工場労働者が増えると，自身が消費者ともなり，地域全体として工業品に対する大きな需要が存在するようになる.

→工業集積が起きる過程の概要を示すことができた

4-6.ブラックホールの非存在条件

◆ 工業品消費が域内需要のみで完結する場合($Z = 1$)を考える．農業品の価格が一定だと仮定して，これを全微分すれば，

$$\frac{d\omega}{\omega} = \frac{dw}{w} - \mu\frac{dG}{G} \tag{4.43}$$

(4.39)式，(4.40)式を用いて$Z = 1$を用いて変形すると

$$\frac{d\omega}{\omega} = (1-\mu)\frac{dY}{Y} + \left[\frac{\mu-\rho}{\rho}\right]\frac{dL}{L} \tag{4.44}$$

工業品支出を一定$dY = 0$

$$\frac{d\omega}{\omega} = \left[\frac{\mu-\rho}{\rho}\right]\frac{dL}{L} \tag{4.44'}$$

工業労働者数(→工業生産高)が増加($\frac{dL}{L} \to$ 大)の場合に，実質賃金($\frac{d\omega}{\omega} \to$ 大)を防ぐために，$\mu - \rho > 0$

→ブラックホールの非存在条件

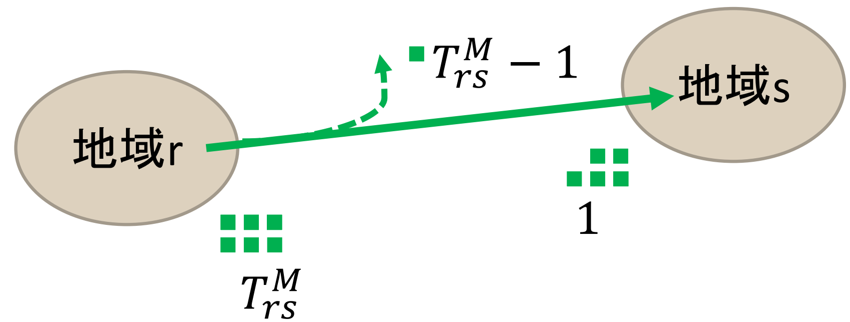
第5章　核と周辺地域

5-1.仮定

核と周辺区域

◆ 仮定

	農業	工業
投入資源	農業 労働者	工業 労働者
労働者数 [経済全体]	L^A	L^M
労働者 移動	なし	あり
労働者数 [地域r]	$\phi_r\ L^A$	$\lambda_r\ L^M$
輸送	輸送費 ゼロ	氷塊 輸送



賃金[農]: $w_r^A = 1$

賃金[工]: w_r^M, ω_r^M

※$L^M = \mu$, $L^A = 1 - \mu$となるように単位を選択する

・工場労働者は実質賃金が平均以下の地域から平均以上の地域へ移動.

・動学仮定は，平均実質賃金$\overline{\omega} = \sum \lambda_r\ \omega_r$ (5.1)を用いて以下で書ける.

$$\dot{\lambda}_r = \gamma(\omega_r - \overline{\omega})\lambda_r \tag{5.2}$$

5-2.即時均衡

即時均衡解（以下の4R本の連立方程式の解）

①所得　地域rの所得は

$$Y_r = \mu\lambda_r w_r + (1-\mu)\emptyset_r \quad (5.3)$$

②価格指数　(4.34)に$L_s^M = \mu\lambda_s$ を代入して

$$G_r = \left[\sum_{r=1}^{R} \lambda_s (w_s T_{sr}^M)^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} \quad (5.4)$$

③名目賃金　(4.35)式より

$$w_r = \left[\sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} G_s{}^{\sigma-1}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \quad (5.5)$$

④実質賃金　(4.28)式より

$$\omega_r^M = w_r G_r{}^{-\mu} \quad (5.6)$$

5-3.核-周辺モデル：構成と数値例

地域が2つの場合

・工業が2地域に均等配分される

・一方の地域に集中する

→経済が工業からなる核地域と農業からなる周辺地域に分かれる

$T_{12} = T_{21} = T$, $\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_2 = 1 - \lambda$, $\emptyset_1 = \emptyset_2 = \frac{1}{2}$とすれば，先の式は

$$Y_1 = \mu\lambda_r w_1 + (1-\mu)/2 \quad (5.7)$$

$$Y_2 = \mu(1-\mu) w_2 + (1-\mu)/2 \quad (5.8)$$

$$G_1 = \left[\lambda w_1^{\sigma-1} + (1-\lambda)(w_2 T)^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (5.9)$$

$$G_2 = \left[\lambda (w_1 T)^{1-\sigma} + (1-\lambda) w_2^{1-\sigma} +\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (5.10)$$

$$w_1 = [Y_1 G_1^{\sigma-1} + Y_2 G_2^{\sigma-1} T^{1-\sigma}]^{\frac{1}{\sigma}} \quad (5.11)$$

$$w_2 = [Y_1 G_1^{\sigma-1} T^{1-\sigma} + Y_2 G_2^{\sigma-1}]^{\frac{1}{\sigma}} \quad (5.12)$$

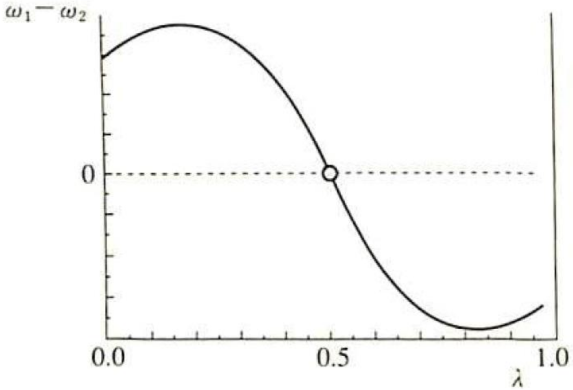
$$\omega_1 = w_1 G_1^{-\mu} \quad (5.13)$$

$$\omega_2 = w_2 G_2^{-\mu} \quad (5.14)$$

5-3.核-周辺モデル：構成と数値例

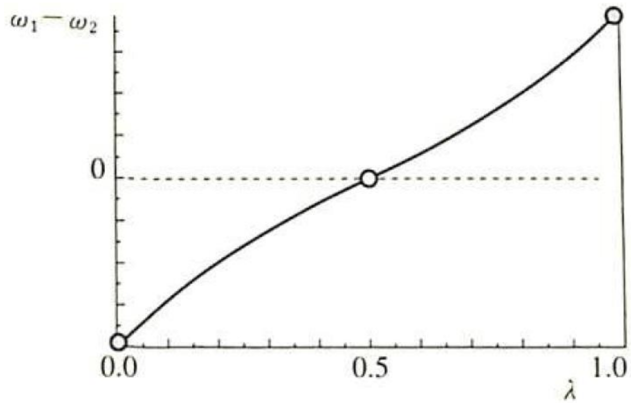
地域が2つの場合

Tを固定として方程式を解き，$\omega_1 - \omega_2$ とλ（地域1の工業シェア）



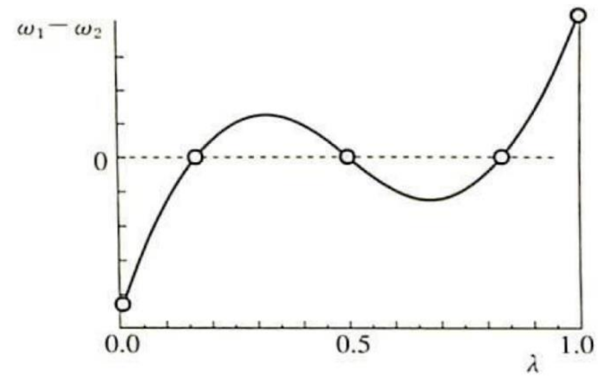
高い輸送費用

一方の地域が過半数の工業労働力を有すれば，当該地域は労働者にとっては，他方の地域よりも魅力がなくなる



低い輸送費用

いずれかの地域における工業のシェアが2/1を超えて大きくなるほど，該当地域は一層魅力的になる



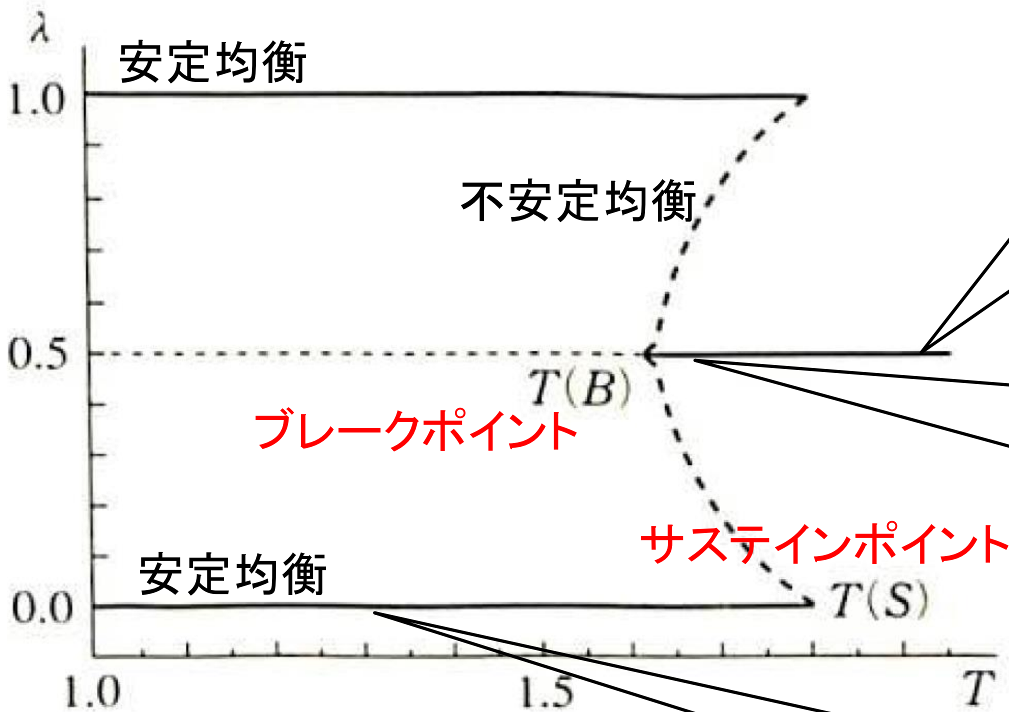
中間の輸送費用

λが十分に大きい，また十分に低い初期値から出発すると，全ての工業が一方の地域にのみ集積した，核–周辺パターンになる

5-3.核-周辺モデル：構成と数値例

地域が2つの場合

均衡のタイプが輸送費用によりどのように変化するか



輸送費用が十分に高いとき（$T(c)$ より大），
工業が地域間に配分される
安定均衡がただ一つ存在

輸送費用が臨界値$T(c)$を下がる（$T(c)$ と$T(B)$の間），
全工業が1地域に集中する新たな均衡解が出現

輸送費用が十分に小さいとき（$T(B)$より小），
対称均衡は不安定になる

核-周辺パターンが可能となる条件（＝サステインポイントの条件）は？

5-4.核-周辺パターンの持続可能性

<u>核-周辺パターンが成立している地域を考える</u>

◆今，工業が地域1に集中している場合$(\lambda = 1)$に，それが安定均衡であるかどうかを考える

そのために，次を考える

◆地域1から地域2に移動する労働者のグループが，地域1に残る労働者よりも高い実質賃金を受け取ることができるのか？もしそうなら，核-周辺パターンは安定均衡ではない

$\lambda = 1$ のとき，
$\omega_1 \ \geq \omega_2$ なら，核−周辺パターンは持続可能

5-4.核-周辺パターンの持続可能性

核-周辺パターンが成立している地域を考える

安定均衡かどうかを判断するには・・・・・・$\omega_1 \geq \omega_2$ かを確かめればよい

$\lambda = 1$とし，$w_1 = 1$と仮定すると，各式は以下のようになる

$$Y_1 = (1+\mu)/2 \quad (5.7')$$

$$Y_2 = (1-\mu)/2 \quad (5.8')$$

$$G_1 = 1 \quad (5.9')$$

$$G_2 = T \quad (5.10')$$

$$w_1 = 1 \quad (5.11')$$

$$w_2 = \left[\frac{1+\mu}{2}T^{1-\sigma} + \frac{1-\mu}{2}T^{\sigma-1}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \quad (5.12')$$

$$\omega_1 = 1 \quad (5.13')$$

$$\omega_2 = T^{-\mu}\left[\frac{1+\mu}{2}T^{1-\sigma} + \frac{1-\mu}{2}T^{\sigma-1}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \quad (5.14')$$

5-4.核-周辺パターンの持続可能性

核-周辺パターンが成立している地域を考える

ω_2 に着目すると

$$\omega_2 = T^{-\mu}\left[\frac{1+\mu}{2}T^{1-\sigma}+\frac{1-\mu}{2}T^{\sigma-1}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \tag{5.16}$$

続いて，(5.16)を変形し，

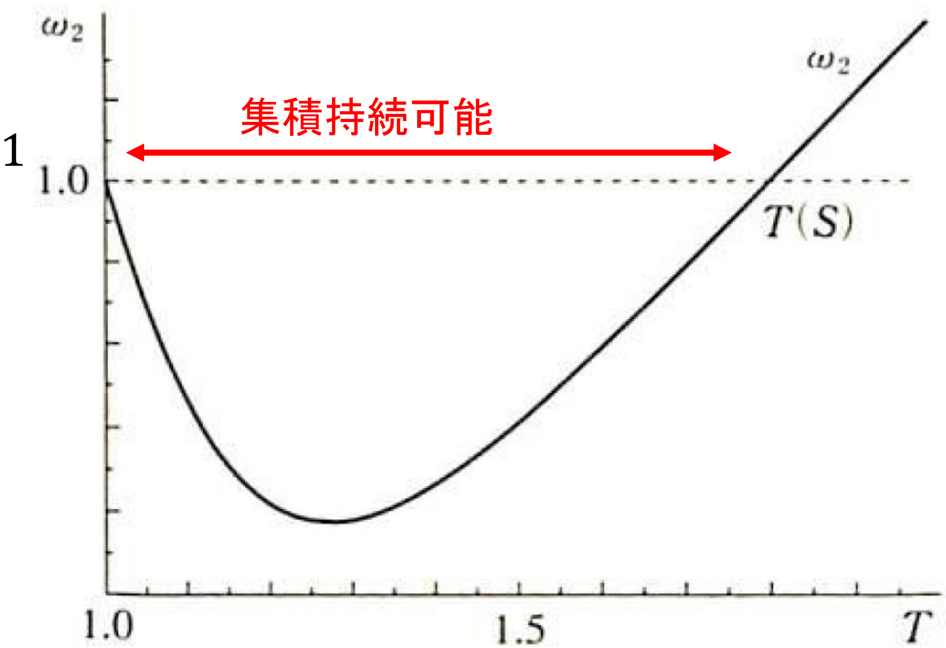
$$\omega_2^{\sigma} = \frac{1+\mu}{2}T^{1-\sigma-\mu\sigma}+\frac{1-\mu}{2}T^{\sigma-1-\mu\sigma} \tag{5.17}$$

$T=1$のとき$\omega_2 = 1 = \omega_1$ であり，立地点は無関係

輸送費用が少し増加したとして，
(5.17)式を全微分し，$T=1$，$\omega_2 = 1$
で評価すると，

$$\frac{d\omega_2}{dT} = \frac{\mu(1-2\sigma)}{\sigma} < 0 \tag{5.18}$$

よって輸送費用Tが低い水準では，
$\omega_2 \leq 1 = \omega_1$ より安定均衡



5-4.核-周辺パターンの持続可能性

核-周辺パターンが成立している地域を考える

一方，Tが非常に大きい場合は

$$\omega_2^{\sigma} = \frac{1+\mu}{2} T^{1-\sigma-\mu\sigma} + \frac{1-\mu}{2} T^{\sigma-1-\mu\sigma} \tag{5.17}$$

第1項は，非常に小さい.

$\sigma - 1 - \mu\sigma \leq 0$ならば，第２項も非常に小さくなる.

ω_2 は0に近くなるから，$\omega_1 \geq \omega_2$

ここで，第４章のブラックホールの非存在条件$(\sigma - 1)/\sigma > \mu \leftrightarrow \sigma - 1 - \mu\sigma > 0$であったから，$\sigma - 1 - \mu\sigma < 0$では集積力が強力で，核-周辺パターンは安定均衡

5-4.核-周辺パターンの持続可能性

核-周辺パターンが成立している地域を考える

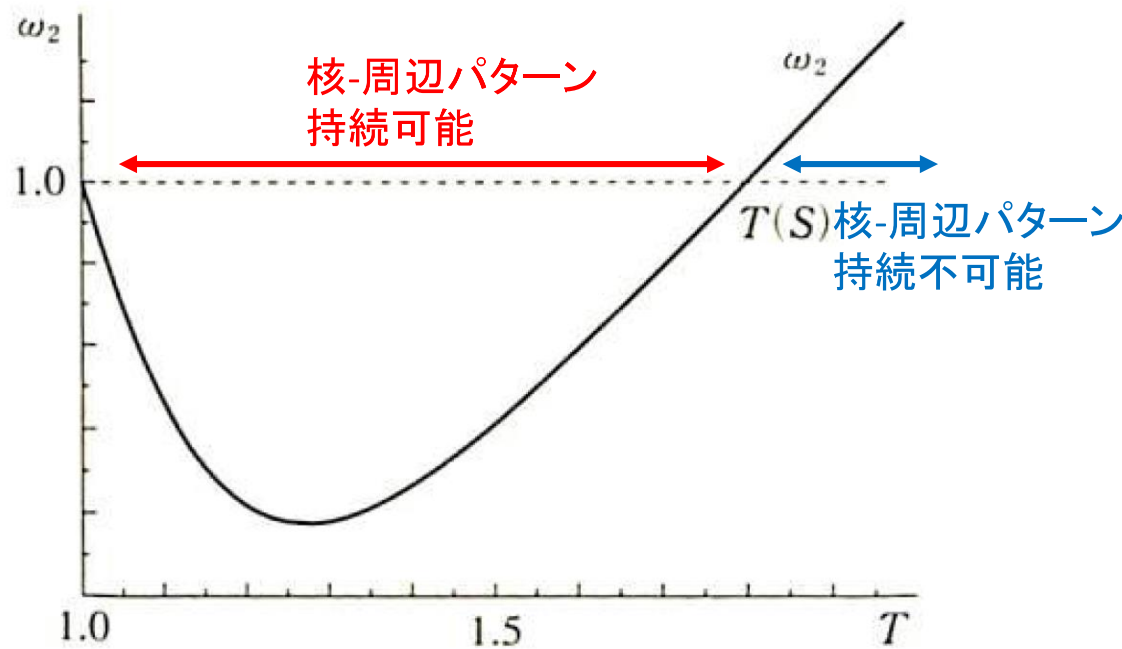
一方，Tが非常に大きい場合は

$$\omega_2^\sigma = \frac{1+\mu}{2} T^{1-\sigma-\mu\sigma} + \frac{1-\mu}{2} T^{\sigma-1-\mu\sigma} \qquad (5.17)$$

逆に，$\sigma - 1 - \mu\sigma > 0$つまりブラックホールの非存在条件が成立する場合は，第２項は非常に大きくなる．ω_2 も大きくなる．

$\sigma(,\rho)$ →小
右図の曲線が右に伸びて，核-周辺パターンが持続可能となるTの値の範囲が広がる

$\sigma(,\rho)$ →大
Tの値が1に接近し，工業は地域の需要を満たすために両方の地域に立地して生産を行う



5-5.対称均衡はいつ崩壊するのか

$T(B)$ブレークポイントの導出

対称均衡時の式を微分する. まず内生変数は以下となる.

$\lambda = 1/2$

$Y_1 = Y_2 = 1/2$

$G_1^{1-\sigma} = G_2^{1-\sigma} = (1 + T^{1-\sigma})/2$

$G_1^{1-\sigma} = G_2^{1-\sigma} = (1 + T^{1-\sigma})/2$

$w_1 = w_2 = 1$

(5.7), (5.8)の全微分と対称性ゆえの$dX = dX_1 = -dX_2 (X = Y, G, w)$を用いて,

$$dY = \mu d\lambda + \frac{\mu}{2} dw \qquad (5.21)$$

同様に(5.9), (5.9)の全微分から

$$(1-\sigma)\frac{dG}{G} = G^{\sigma-1}(1 - T^{1-\sigma})\left[d\lambda + \frac{(1-\sigma)dw}{2}\right] \qquad (5.22)$$

5-5.対称均衡はいつ崩壊するのか

$T(B)$ブレークポイントの導出

ここで，以下のZを用いて，(5.22)を書くと

$$Z = \frac{1 - T^{1-\sigma}}{1 + T^{1-\sigma}} \tag{5.23}$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{2Z}{1-\sigma} d\lambda + Zdw \tag{5.24}$$

同様に(5.11)-(5.14)の全微分から

$$\sigma dw \frac{dG}{G} = 2ZdY + (\sigma - 1)Z \frac{dG}{G} \tag{5.25}$$

$$G^{\mu} d\omega = dw - \mu \frac{dG}{G} \tag{5.26}$$

(5.21), (5.24),(5.25),(5.26)を用いて以下の式を導ける.

$$\frac{d\omega}{d\lambda} = 2ZG^{-\mu}(\frac{1-\rho}{\rho}) \left[\frac{\mu(1+\rho) - Z(\mu^2 + \rho)}{1 - \mu Z(1-\rho) - \rho Z^2} \right] \tag{5.27}$$

5-5.対称均衡はいつ崩壊するのか

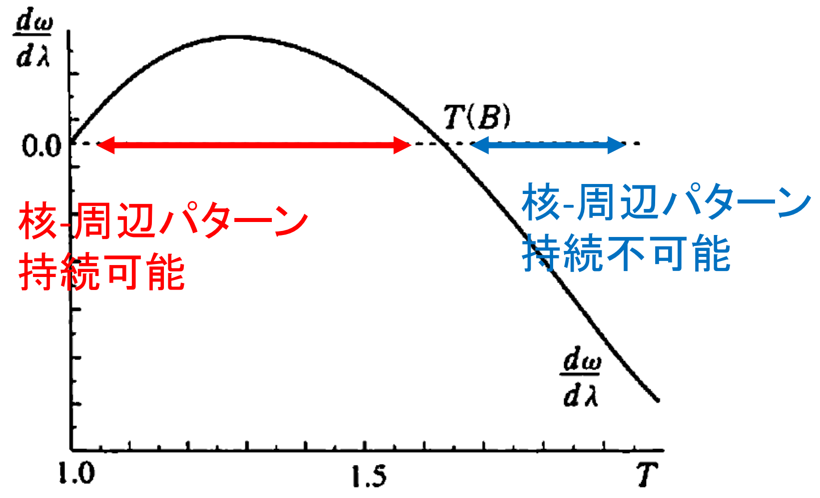
$T(B)$ブレークポイントの導出

ここで，(5.27)式の符号は[ ]内の分子の符号に依存する．

$Z \to 0$（輸送費小）だと，（分子）> 0で$\frac{d\omega}{d\lambda} > 0$となり均衡は不安定

$Z \to 0$（輸送費超大）だと，$\rho < \mu$で$\frac{d\omega}{d\lambda} > 0$となり均衡は不安定

$\rho > \mu$で$\frac{d\omega}{d\lambda} < 0$となり均衡は安定



参考文献

藤田昌久，ポール・クルーグマン，アンソニー・J・ベナブルズ：空間経済学ー都市・地域・国際貿易の新しい分析ー，東洋経済新報社